Licence Sciences, technologies, santé mention mathématiques

Responsable : Pauline KLEIN

Langue d'enseignement : Français

Prérequis affichés aux étudiants :

En Licence 1 :

On attend des candidats qu'ils maîtrisent le contenu du programme d'enseignement de spécialité mathématiques en Terminale, à savoir :

Dénombrement : nombre d'éléments dans un ensemble (réunion, produit cartésien), nombre de parties d'un ensemble à n éléments, nombre de k-uplets d'un ensemble à n éléments, nombre de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments.

Géométrie dans l'espace : vecteurs (translations, combinaisons linéaires, bases et repères), droites (vecteurs directeurs, représentation paramétrique) et plans (direction, équation cartésienne). Orthogonalité (produit scalaire, bilinéarité et symétrie, bases et repères orthonormés, vecteurs normaux, projeté orthogonal d'un point) et distance (norme, formule de polarisation)

Suites : limite finie ou infinie, comparaison des limites, opérations sur les limites, comportement d'une suite géométrique, toute suite croissante majorée converge.

Fonctions : limite finie ou infinie en l'infini ou en un point, asymptote horizontale ou verticale, limite des fonctions de référence (puissances entières, racine carrée, exponentielle), comparaison des limites, opérations sur les limites. Dérivation : d'une composée, dérivée seconde, convexité et point d'inflexion. Continuité : en un point (par les limites), sur un intervalle, lien avec la dérivabilité, image d'une suite convergente par une fonction continue, théorème des valeurs intermédiaires, cas des fonctions strictement monotones.

Fonction logarithme : comme réciproque de la fonction exponentielle, propriétés algébriques, dérivée, variations, limites et courbe représentative. Lien entre les courbes des fonctions logarithme népérien et exponentielle. Croissances comparées.

Fonctions sinus et cosinus : dérivées, variations, courbes représentatives.

Primitives et équations différentielles : notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle, deux primitives d'une même fonction continue sur un intervalle diffèrent d'une constante, primitives des fonctions de référence (puissances entières, inverse de la racine carrée, exponentielle, sinus et cosinus). Equations différentielle linéaires du premier ordre.

Calcul intégral : définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment comment l'aire sous la courbe. Primitive s'annulant en a. Lien avec les primitives. Linéarité, positivité, inégalités, relation de Chasles, intégration par parties.

Probabilité : Schéma de Bernoulli. Somme de variables aléatoires (espérance, variance, cas de la loi binomiale). Concentration, loi des grands nombres (inégalité de Bienaymé-Tchebychev, inégalité de concentration, loi des grands nombres).

En Licence 2 :

on attend des candidats qu'ils maîtrisent les fondamentaux d'algèbre linéaire et d'analyse réelle d'un cours standard de première année.

En algèbre linéaire cela inclut les notions suivantes : espace vectoriel, sous-espace vectoriel. Somme et intersection de sous-espaces, somme directe et sous-espaces supplémentaires. Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs, famille libre, génératrice, base. Applications linéaires, noyau et image. Projecteurs et symétries. Espaces vectoriels de dimension finie. Existence de bases, dimension d'un espace vectoriel. Théorème de la base incomplète. Existence de supplémentaires. Formule de Grassmann. Matrice des coordonnées d'un vecteur dans une base, matrice d'une application linéaire dans un couple de bases. Liens vectoriel ↔ matriciel. Formules de changement de base. Théorème du rang.

En analyse réelle les prérequis sont les suivants : axiome de la borne supérieure, le corps des réels est archimédien, partie entière, densité des rationnels. Limites de suites de nombres réels, formalisme de Weierstrass. Théorème de la limite monotone, suites adjacentes. Théorème de Bolzano-Weierstrass. Suites de Cauchy et complétude du corps des réels. Limites de fonctions, formalisme de Weierstrass. Caractérisation séquentielle. Limites des fonctions monotones. Critère de Cauchy. Continuité, théorème des valeurs intermédiaires, théorème des bornes. Théorème de la bijection. Dérivabilité, opérations et dérivées, dérivée d'une application réciproque. Dérivées d'ordre supérieur, formule de Leibniz. Théorème de Rolle et des accroissements finis, dérivée et monotonie. Relations de comparaison asymptotique. Formules de Taylor. Développements limités. Opérations sur les développements limités, intégration et dérivation de développements limités. Application aux limites et à l'étude locale et asymptotique des fonctions.

En Licence 3 :

On attend des candidats qu'ils disposent d'une L2 Sciences, Technologie, Santé mention Mathématiques, ou équivalent. Cela inclut :

Séries de nombres réels ou complexes, règles de comparaison, convergence absolue, séries semi-convergentes. Intégration de Riemann des fonctions continues par morceaux sur un segment, sommes de Riemann, théorème fondamental du calcul intégral, formule d'intégration par parties et du changement de variable, formule de Taylor avec reste intégral. Intégration de Riemann généralisée, comparaison série-intégrale, comparaison asymptotique, convergence absolue, semi-convergence, critère d'Abel.

Espaces vectoriels normés (evn) : norme sur un K-espace vectoriel (K=R ou C), distance associée, boules, parties bornées, norme associée au produit scalaire, suites convergentes, de Cauchy, bornées, continuité des applications entre evn, caractérisation séquentielle, applications lipschitziennes ; ouverts, fermés, stabilités ensemblistes, image réciproque par une fonction continue ; suites extraites, valeur d'adhérence, parties compactes. Partie fermée d'un compact, tout compact d'un evn (de dimension quelconque) est fermé et borné, image continue d'un compact ; normes équivalentes, équivalence des normes en dimension finie et applications : caractérisation des compacts, convergence des suites de Cauchy, tout sous-espace de dimension finie est fermé.
Dans des R-espaces vectoriels normés de dimension finie : limite d'une fonction, caractérisation séquentielle, dérivabilité d'une fonction vectorielle de la variable réelle, dérivées partielles, gradient, différentiabilité, matrice jacobienne, applications de classe C1 sur un ouvert.
Courbes de R^n : courbes paramétrées, étude locale, longueur d'un arc, paramétrisation normale, intégrale curviligne, courbure d'un arc en dimensions 2 et 3, repère de Frenet.

Suites de fonctions, séries de fonctions, convergence simple, absolue, uniforme, normale, propriétés de la somme, application aux séries trigonométriques. Séries entières. rayon de convergence, domaine de convergence, continuité de la somme, fonction développable en série entière, fonction exponentielle complexe.

Recherche des zéros d'une fonction scalaire d'une variable réelle, notions du cas vectoriel, théorèmes de point fixe, méthode du point fixe, de dichotomie, de la sécante et de Newton, algorithmes, vitesse de convergence, estimation de l'erreur, critères d'arrêt, ordre d'un processus itératif. Etude théorique des équations différentielles scalaires (le théorème de Cauchy-Lipschitz est admis), structure de l'espace des solutions, équation homogène associée. Méthodes d'Euler explicite et implicite, consistance, stabilité (sans preuves), convergence, ordre. Méthodes de résolution exacte des EDOs dans les cas particuliers. Implémentation pratique des méthodes numériques sous python.

Probabilités : modélisation d'expériences aléatoires, notion d'événement et notions élémentaires sur les tribus, espaces de probabilité, probabilité conditionnelle et indépendance d'événements. Définition générale d'une variable aléatoire réelle, d'une loi de probabilité d'une fonction de répartition, application au cas des variables aléatoires réelles discrètes ou admettant une densité, étude des variables aléatoires réelles classiques. Espérance et variance d'une variable discrète ou à densité. Loi forte des grands nombres, théorème limite central.

Arithmétique dans Z, nombres premiers, polynômes irréductibles dans C[X] et R[X], factorisation unique. Polynômes : racines, multiplicité, caractérisations, factorisation, interpolation de Lagrange, fractions rationnelles, décomposition en éléments simples. Formes linéaires sur un espace vectoriel, base duale, hyperplan, formes p-linéaires, formes alternées, groupe symétrique, déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme, d'une matrice carrée, méthodes de calcul du déterminant, application à l'inversibilité d'une matrice, calcul du rang, polynôme caractéristique, valeur propre.

Réduction des endomorphismes : diagonalisation et trigonalisation, sous-espaces stables, éléments propres, polynôme caractéristique, critères de diagonalisation et de trigonalisation. Polynômes d'endomorphismes, polynômes annulateurs, théorème de Cayley-Hamilton, polynôme minimal, lemme des noyaux. Réduction des endomorphismes remarquables d'un espace euclidien/hermitien. Sous-espaces caractéristiques, endomorphismes nilpotents, décomposition de Dunford sur C.

Géométrie affine et euclidienne : sous-espaces affines de R^n, repère cartésien, barycentre, repère affine, convexité, applications affines, écriture matricielle, théorèmes de géométrie classique dans le plan, utilisation des nombres complexes en géométrie plane. Espaces euclidiens, produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwarz, inégalité de Minkowski, orthogonalité, endomorphismes d'un espace euclidien, orientation d'un espace vectoriel réel, mesure des angles, classification des isométries euclidiennes en dimension 2 et 3, aperçu du cas hermitien.